全品

教辅图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品智能作业

AI智慧升级版

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学6 | 选择性必修第二册 RJA

主 编 肖德好

本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

05 第五章　一元函数的导数及其应用

素养测评卷

第四章　数列

4.1　数列的概念

第 1 课时　数列的概念与通项公式

基础夯实篇

1. 下列说法中正确的是　（　　）

A. 数列的通项公式是唯一的

B. 每个数列都有通项公式

C. 数列可以看作一个定义在正整数集上的函数

D. 数列的图象是坐标平面上有限或无限个离散的点

2. 已知 $a_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}$，则 $a_3=$　（　　）

A. $\frac{1}{6}$

B. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

C. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$

D. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$

3. 数列 1，2，5，…的一个通项公式可能为　（　　）

A. $a_n=n$　　B. $a_n=2^n-1$

C. $a_n=2n-1$　　D. $a_n=2^n-n$

4. 下列通项公式对应的数列$\{a_n\}$是递增数列的是　（　　）

A. $a_n=1-n$

B. $a_n=\frac{1}{4^n}$

C. $a_n=2n^2-5n+1$

D. $a_n=\begin{cases}n+3, n\leqslant 2,\\ 2^{n-1}, n>2\end{cases}$

5. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 该数列从第一项起依次是 0，2，4，8，12，18，24，32，40，50，…，则该数列的第 18 项为　（　　）

A. 200　　B. 162

C. 144　　D. 128

6. [2025·山西大学附中高二月考] 函数 $f(x)$的定义域为$[1,+\infty)$，数列$\{a_n\}$满足 $a_n=f(n)$，则“函数 $f(x)$为减函数”是“数列$\{a_n\}$为递减数列”的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 观察数列 2^1，ln 2，cos 3，2^4，ln 5，cos 6，2^7，ln 8，cos 9，…，则该数列的第 20 项为________.

8. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=\sqrt{2n-1}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则 7 是该数列中的第________项.

素养提能篇

9. [2025·安徽阜阳高二期中] 若数列$\{a_n\}$的前四项依次为 2，12，112，1112，则$\{a_n\}$的一个通项公式为　（　　）

A. $a_n=10^{n-1}+2$

B. $a_n=\frac{10^n+8}{9}$

C. $a_n=\frac{10^n-8}{9}$

D. $a_n=(n-1)(45n-80)+2$

10. [2025·河南信阳高二期末] 已知数列$\{a_n\}$为递增数列，若 $a_n=q^n$，则 q 的取值范围为（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $(2,+\infty)$

11. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前 5 项依次为 2，0，2，0，2，则下列可以作为数列$\{a_n\}$的通项公式的有　（　　）

A. $a_n=\begin{cases}2, n\text{ 为奇数},\\ 0, n\text{ 为偶数}\end{cases}$　　B. $a_n=(-1)^n+1$

C. $a_n=2\left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|$　　D. $a_n=4\left|\cos\frac{n\pi}{3}\right|$

12. (多选题)下面四个数列中,既是无穷数列又是递增数列的是 ( )

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$

B. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots,-\frac{1}{2^{n-1}},\cdots$

C. $\sin\frac{\pi}{7},\sin\frac{2\pi}{7},\sin\frac{3\pi}{7},\cdots,\sin\frac{n\pi}{7},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{n},\cdots$

13. 已知 $a_n=\lambda n-\lambda$,若"对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$,$\{a_n\}$恒为递减数列"是真命题,则整数 λ 的值可以是__________.(写出一个符合要求的答案即可)

14. 观察下面数列的变化规律,用适当的数填空,并写出每个数列的一个通项公式.

(1)( ),7,12,( ),22,27,…;

(2)$-1,\frac{1}{2}$,( ),$\frac{1}{4},-\frac{1}{5},\frac{1}{6}$,( ),…;

(3)$1,\sqrt{2}$,( ),$2,\sqrt{5}$,( ),$\sqrt{7}$,…;

(4)$\frac{1}{1\times2},\frac{1}{2\times3}$,( ),$\frac{1}{4\times5}$,….

15. 根据下列数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的前 5 项,并画出它们的图象.

(1)$a_n=\frac{n-1}{n}$;

(2)$a_n=(-1)^n$;

(3)$a_n=3-n$.

思维训练篇

16. 记不超过 x 的最大整数为$[x]$,如$[-0.5]=-1$,$[\pi]=3$.已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\left[\log_2\frac{8}{n}\right]$,则使$a_n\geqslant0$ 的正整数 n 的最大值为 ( )

A. 5 B. 6 C. 8 D. 16

17. (多选题)已知欧拉函数 $\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$的函数值等于所有不超过正整数 n 且与 n 互质的正整数的个数.例如:$\varphi(1)=1,\varphi(4)=2$.设数列$\{a_n\}$中,$a_n=\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,则 ( )

A. 数列$\{a_n\}$是递增数列

B. $\{a_n\}$前 8 项中的最大项为 a_7

C. 当 n 为质数时,$a_n=n-1$

D. 当 n 为偶数时,$a_n=\frac{n}{2}$

18. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=(n+1)\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}$,试问数列$\{a_n\}$有没有最大项?若有,求出最大项和最大项的序号;若没有,说明理由.

第 2 课时　数列的递推公式与前 n 项和

基础夯实篇

1. 数列$\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\cdots$的递推公式可以是　(　　)

A. $a_n=\frac{1}{2^{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$

B. $a_n=\frac{1}{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$

C. $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n(n\in\mathbf{N}^*)$

D. $a_{n+1}=2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$

2. 已知在数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_2=6$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，则 $a_5=$　(　　)

A. 9　　B. 15

C. 24　　D. 39

3. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2$，则 $a_4+a_5=$　(　　)

A. 48　　B. 32

C. 16　　D. 8

4. [2025·广西河池高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1(n\geqslant1)$，则数列$\{a_n\}$的前 5 项和 $S_5=$　(　　)

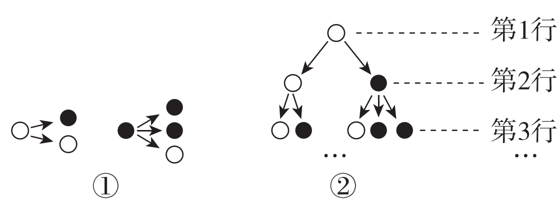
A. 31　　B. 45

C. 57　　D. 63

5. [2025·天津红桥区高二期末] 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+2}$，$n\in\mathbf{N}^*$，则 $a_5=$　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

6. 分形几何学是一门以不规则几何形态为研究对象的几何学，它的创立为解决众多传统科学领域的难题提供了全新的思路. 按照如图①的分形规律可得如图②的一个树形图，记图②中第 n 行黑圈的个数为 a_n，白圈的个数为 b_n，若 $a_n=144$，则 $b_n=$　(　　)



A. 34　　B. 35　　C. 88　　D. 89

7. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=n+1$，则 $a_3=$________.

8. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=3^n-2$，则 $a_n=$__________.

素养提能篇

9. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1=2$，$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $2S_{2025}=$　(　　)

A. 2024　　B. 2025

C. 2026　　D. 2027

10. [2025·甘肃甘南州高二期末] 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一列数：1，1，2，3，5，…，其中从第三个数起，每个数等于它前面两个数的和，后来人们把这样的一列数组成的数列$\{a_n\}$称为“斐波那契数列”. 关于数列$\{a_n\}$，下列结论正确的是(　　)

A. $a_7=21$

B. $2a_n=a_{n-2}+a_{n+2}(n\geqslant3)$

C. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2025}=a_{2026}-1$

D. $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2025}^2=a_{2025}a_{2026}$

11. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{n}{n+1}$，则下列说法正确的是　(　　)

A. $a_1=\frac{1}{2}$

B. 数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$

C. 数列$\{a_n\}$为递减数列

D. 数列$\{a_n\}$为递增数列

12. (多选题)在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n\cdot a_{n+1}=3^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则下列说法正确的是　(　　)

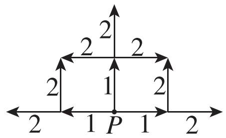
A. $a_4=9$

B. $\frac{a_{n+2}}{a_n}$的值为常数

C. $a_{2n}-a_{2n-1}=2\times3^n$

D. $a_{2n}+a_{2n-1}=4\times3^{n-1}$

13. [2025·江苏南通高二期末]如图,一点从起点 P 出发,每次只能向右、向上或向左移动一步,恰好走 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 步且不经过已走的路线和点共有 $f(n)$ 种走法,如 $f(1)=3$,$f(2)=7$,则 $f(3)=$________,数列 $\{f(n)\}$ 相邻三项的递推关系式为____________.



14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{6}{7}$,$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, 0\leqslant a_n<\dfrac{1}{2},\\ 2a_n-1, \dfrac{1}{2}\leqslant a_n<1,\end{cases}$ 求 $a_{2026}+a_{2027}$ 的值.

15. 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且 $S_n^2-(n^2+n-3)S_n-3(n^2+n)=0$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求 a_1 的值;

(2)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

思维训练篇

16. (多选题)已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+\dfrac{1}{2}, x\leqslant\dfrac{1}{2},\\ 2x-1, \dfrac{1}{2}<x<1,\\ x-1, x\geqslant 1,\end{cases}$ 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{7}{3}$,$a_{n+1}=f(a_n)$,$n\in\mathbf{N}^*$,则下列说法正确的是 ( )

A. 数列 $\{a_n\}$ 是周期数列且周期为 3

B. 数列 $\{a_n\}$ 不是周期数列

C. $a_{2026}+a_{2027}=\dfrac{3}{2}$

D. $a_{2026}+a_{2027}=\dfrac{7}{6}$

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\dfrac{n^2+n}{2}$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若对任意的正整数 n,$\dfrac{b_1}{a_1}\cdot\dfrac{b_2}{a_2}\cdot\dfrac{b_3}{a_3}\cdot\cdots\cdot\dfrac{b_n}{a_n}=(n+1)^2$ 恒成立,求证:$b_n\geqslant 4$.

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第 1 课时 等差数列的概念与通项公式

基础夯实篇

1. [2025・海南海口高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=2$,且$a_3=6$,则$a_8=$ ( )

A. 12 B. 16 C. 18 D. 20

2. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_6=5$,$a_{10}=6$,则公差d等于 ( )

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

3. [2025・河北邯郸高二期末] 已知$\triangle ABC$的三个内角A,B,C成等差数列,则$2A+B+2C$的值为 ( )

A. $\frac{5\pi}{4}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. 2π

4. [2025・江苏盐城高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n-1$,则下列结论中正确的是 ( )

A. 该数列是公差为-1的等差数列

B. 该数列的图象只能在第一象限

C. 该数列是有穷数列

D. 该数列的图象是直线$y=x-1$上满足$x\in\mathbf{N}^*$的点集

5. [2024・北京理工大学附中高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$满足$4a_3=3a_2$,则$\{a_n\}$中一定为零的项是 ( )

A. a_6 B. a_4

C. a_{10} D. a_{12}

6. (多选题)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=3$,$a_1+a_2+a_3=21$,则 ( )

A. 公差为-4

B. $a_2=7$

C. 数列$\{a_n\}$为递增数列

D. $a_3+a_4+a_5=84$

7. 在等差数列$\{a_n\}$中,若$a_8=6$,$a_{11}=0$,则a_1的值为________.

8. -401是等差数列$-5,-9,-13,\cdots$的第________项.

素养提能篇

9. 若关于x的方程$(x^2-4x+m)(x^2-4x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\frac{1}{2}$的等差数列,则$|m-n|=$ ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$

C. 2 D. $\frac{5}{2}$

10. 在数列$\{a_n\}$中,若$a_1=1$,$a_2=\frac{1}{2}$,$\frac{2}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{a_{n+2}}(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为 ( )

A. $a_n=n(n+1)$ B. $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$

C. $a_n=\frac{1}{n}$ D. $a_n=n$

11. 设$\{a_n\}$是公差不为0的无穷等差数列,则“$\{a_n\}$为递减数列”是“存在正整数N_0,当$n>N_0$时,$a_n<0$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. (多选题)对于数列$\{a_n\}$,若$a_1=1$,$a_4=2$,$a_{n+2}=a_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ( )

A. $a_2=0$

B. 数列$\{a_n\}$是递增数列

C. 数列$\{a_{2n-1}\}$是等差数列

D. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是等差数列

13. [2025・安徽合肥高二期末] 将数列$\{2n-1\}$与$\{3n+1\}$的所有公共项从小到大排列形成一个新的数列$\{a_n\}$,则$a_n=$________.

14. [2025・福建宁德高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\frac{1}{3}$,且满足$a_{n+1}=\frac{a_n}{4a_n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_{20}$的值为________.

15. 设 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_n=2n^2-30n$.

(1)求 a_1，a_2；

(2)证明$\{a_n\}$是等差数列.

16. 已知等差数列-2，1，4，7，10，…，现在其每相邻两项之间插入一个数，使之成为一个新的等差数列$\{a_n\}$.

(1)求新数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)16 是新数列$\{a_n\}$中的项吗？若是，求出是第几项；若不是，请说明理由.

基础教育行业专研品牌
全品
30+年创始人专注教育行业

思维训练篇

17. 已知数列$\{a_n\}$是首项为 a，公差为 1 的等差数列，数列$\{b_n\}$满足 $b_n=\dfrac{1+a_n}{a_n}$. 若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $b_n\geqslant b_5$ 成立，则实数 a 的取值范围是________.

18. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=3$，$a_{n+1}=3-\dfrac{4}{a_n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，设数列 $b_n=\dfrac{1}{a_n-1}$.

(1)求证：数列$\{b_n\}$为等差数列；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第2课时　等差数列的性质与应用

基础夯实篇

1. [2025·江苏常州高二期末] 等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3=6$，$a_2+a_{10}=6$，则a_9等于　（　）

A. -1　B. 0　C. -2　D. 1

2. [2025·湖南娄底高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_4+a_{19}=6$，则$a_3+a_{13}=$　（　）

A. 2　B. 4　C. 6　D. 8

3. 已知某等差数列共有10项，其奇数项之和为15，偶数项之和为30，则其公差d为　（　）

A. 5　B. 4　C. 3　D. 2

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_8=20$，$a_7=12$，则$a_4=$　（　）

A. 4　B. 5　C. 6　D. 8

5. [2025·河南安阳高二期末] 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，若$a_2+a_{10}=16$，$a_6a_{10}=96$，则$d=$　（　）

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

6. 在等差数列$\{a_n\}$中，a_2，a_8是方程$x^2+mx-8=0$的两根，若$a_4+a_6=a_5^2+1$，则m的值为　（　）

A. -6　B. -2　C. 2　D. 6

7. 等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3+a_5+a_7=30$，则a_1+a_9的值为________.

8. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1=4$，$a_3+a_5=a_4^2+1$，则$a_7=$________.

素养提能篇

9. 已知$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等差数列，且$a_1=1$，$b_1=2$，$a_3+b_3=5$，则$a_{2025}+b_{2025}=$　（　）

A. 2028　B. 2027　C. 2026　D. 2025

10. 《九章算术》是我国古代的一部数学专著，书中一个问题可以翻译为“现有一根九节的竹子，自上而下各节的容积成等差数列，上面四节的容积之和为3升，下面三节的容积之和为4升，求中间两节的容积各为多少？”该问题中，自上而下的第2节、第3节、第8节竹子的容积之和为　（　）

A. $\frac{17}{6}$升　B. $\frac{7}{2}$升

C. $\frac{113}{66}$升　D. $\frac{109}{33}$升

11. (多选题)[2025·浙江义乌高二阶段练] 已知各项均为正数的等差数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_5=2$，则　（　）

A. 公差d的取值范围是$\left(0,\frac{1}{2}\right)$

B. $2a_7-a_9=2$

C. $a_3\cdot a_7>a_4\cdot a_6$

D. $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_9}$的最小值为1

12. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=2$，公差$d=8$，在$\{a_n\}$中每相邻两项之间都插入k个数，使它们和原数列的数一起按原顺序构成一个新的等差数列$\{b_n\}$，下列说法正确的是　（　）

A. $a_n=8n-6$

B. 当$k=3$时，$b_n=2n$

C. 当$k=3$时，b_{29}不是数列$\{a_n\}$中的项

D. 若b_9是数列$\{a_n\}$中的项，则k的值可能为7

13. 已知数列$\{\log_3 a_n\}$是等差数列，若$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=10$，则$a_5a_6=$__________.

14. 在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3+a_8+a_{13}=12$，$a_3a_8a_{13}=28$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求a_{23}的值.

15. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=4$,$a_6=16$.

(1)证明:数列$\left\{\frac{1}{3}a_n-3n\right\}$是公差为$-2$的等差数列;

(2)若在数列$\{a_n\}$每相邻两项之间插入三个数,使得新数列也是一个等差数列,求新数列的第41项.

思维训练篇

16. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,给出下列数列:①$\{a_{2n}\}$;②$\{a_n+a_{n+1}\}$;③$\{3a_n+1\}$;④$\{|a_n|\}$.其中等差数列的个数是 ( )

A. 1 　　B. 2

C. 3 　　D. 4

17. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=0$,且$a_4=\frac{\pi}{2}$,若函数$f(x)=\sin 2x+2\cos^2\frac{x}{2}$,记$y_n=f(a_n)$,则数列$\{y_n\}$的前7项和为________.

18. 对于无穷数列$\{c_n\}$,若对任意$m,t\in\mathbf{N}^*$,且$m\neq t$,存在$k\in\mathbf{N}^*$,使得$c_m+c_t=c_k$成立,则称$\{c_n\}$为“G数列”.

(1)若数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=2n$,试判断数列$\{b_n\}$是否为“G数列”,并说明理由;

(2)已知数列$\{a_n\}$为等差数列,若$\{a_n\}$是“G数列”,$a_1=8$,$a_2\in\mathbf{N}^*$,且$a_2>a_1$,求a_2的所有可能取值.

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第 1 课时　等差数列的前 n 项和公式

基础夯实篇

1. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且 $a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项和 $S_{10}=$　　(　　)

A. 99　　B. 100

C. 101　　D. 102

2. [2025·重庆北碚区高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=1$，$S_9=27$，则公差 $d=$　　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_4=S_5=10$，则 $a_4=$　　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_3+2a_4+a_{13}=160$，则 $S_{11}-5a_6=$　　(　　)

A. 240　　B. 180

C. 120　　D. 60

5. [2025·山东菏泽高二期中] 在等差数列$\{a_n\}$中，S_n 是其前 n 项和. 若 $a_7+a_9=32$，则 $S_{15}=$　　(　　)

A. 480　　B. 120

C. 160　　D. 240

6. 等差数列$\{a_n\}$中，S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_1=3$，$S_3=15$，则 $a_4=$________.

7. [2025·宁夏银川高二期末] 若数列$\{a_n\}$满足 $a_1=12$，$a_{n+1}=a_n+2n(n\in\mathbf{N}^*)$，则$\{a_n\}$的通项公式是____________.

8. [2025·江苏无锡高二期末] 已知公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_9=3(a_2+a_4+a_k)$，则实数 $k=$________.

素养提能篇

9. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，其前 n 项和为 S_n，且 $a_3=7$，$\frac{S_{10}}{10}-\frac{S_5}{5}=10$，则 $S_9=$　　(　　)

A. 63　　B. 72

C. 135　　D. 144

10. 已知两个等差数列 2，6，10，…及 2，8，14，…，98，将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列$\{a_n\}$，则数列$\{a_n\}$的各项之和为　　(　　)

A. 438　　B. 450

C. 254　　D. 278

11. [2025·福建莆田高二期末] 已知公差为 d 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{10}<S_9<S_{11}$，则下列说法不正确的是　　(　　)

A. $d>0$　　B. $a_1<0$

C. $S_{20}>0$　　D. $S_{21}<0$

12. (多选题)[2025·宁夏石嘴山高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=33n-n^2$，则下列说法正确的是　　(　　)

A. $a_n=34-2n$

B. 仅有 S_{16} 为 S_n 的最大值

C. $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{16}|=272$

D. $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{30}|=450$

13. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_4+a_7+a_{10}+\cdots+a_{3n+4}=$________.

14. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $a_2+a_3=-4$,$S_3=-3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{a_n\}$的前 20 项和.

15. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2-12n$.

(1)求证:$\{a_n\}$是等差数列;

(2)求数列$\{|a_n|\}$的前 n 项和 T_n.

思维训练篇

16. [2025·山西运城高二期末] 若数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足 $a_1=a_2=1$,$b_n=a_{n+1}-2n+3$,$b_{n+1}=a_n-2n+5$,则数列$\{a_n+b_n\}$的前 50 项和为 ( )

A. 2500　　B. 2550

C. 2600　　D. 2650

17. 定义:满足下列两个条件的有穷数列 $b_1,b_2,\cdots,b_n(n=2,3,4,\cdots)$为 n 阶"期待数列".

①$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=0$,②$|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|=1$.

试写出一个 3 阶"期待数列"________;若 2025 阶"期待数列"$\{b_n\}$是递增的等差数列,则$b_{2025}=$________.

18. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n=\dfrac{1}{4}(a_n+1)^2$.

(1)求 a_n,S_n;

(2)求$\dfrac{2S_n+6}{a_n+3}$的最小值.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的性质与应用

基础夯实篇

1. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列，若$a_1<a_2<0$，则数列$\{a_n\}$的前n项和S_n　　(　　)

A. 无最大值，有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最大值，有最小值

D. 无最大值，无最小值

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知公差$d=\frac{1}{2}$，且$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{99}=60$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=$　　(　　)

A. 145　　B. 150

C. 170　　D. 120

3. [2025·湖北武汉高二期末] 设等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n，T_n，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n+1}{3n-1}$，则$\frac{a_7}{b_5}$的值为　　(　　)

A. $\frac{19}{26}$　　B. $\frac{27}{26}$　　C. $\frac{27}{32}$　　D. $\frac{27}{38}$

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_4=4$，$S_{12}=9$，则$S_8=$　　(　　)

A. 20　　B. 16

C. 7　　D. 2

5. [2025·北京朝阳区高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则“$S_3>0$”是“$\{S_n\}$为递增数列”的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 在等差数列$\{a_n\}$中，若$\frac{a_9}{a_8}<-1$，且前n项和S_n有最大值，则S_n取得最大值时n的值为________.

7. 已知$\{a_n\}$为等差数列，S_n为其前n项和，若$S_3=9$，$a_4+a_5+a_6=7$，则$S_9-S_6=$________.

8. 我国古代有这样一个有关数列的计算问题：“今有竹七节，下两节容米四升，上两节容米二升，各节欲均容，问逐节各容几升？”其大意为：现有一根七节的竹子，最下面两节可装米四升，最上面两节可装米二升，且装米量自下而上逐节等量减少，问竹子的各节各装米多少升？以此计算，这根竹子的装米量为________升.

素养提能篇

9. 苏州码子是中国早期民间的“商业数字”，被广泛应用于各种商业场合. 苏州码子 0～9 的写法依次为〇、〡、〢、〣、〤、〥、〦、〧、〨、〩. 某铁路的里程碑上所刻数字代表距离始发车站的里程，如某处里程碑上刻着“〦〇”代表距离始发车站 60 公里. 已知每隔 3 公里摆放一个里程碑，若在A处里程碑上刻着“〥〤”，在B处里程碑上刻着“〩〦”，则从A处到B处的所有里程碑上所刻数字之和为　　(　　)

A. 1029　　B. 1125

C. 1224　　D. 1650

10. 已知等差数列$\{a_n\}$和等差数列$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{5n+63}{n+3}$，则使得$\frac{a_n}{b_n}$为整数的正整数$n$的个数为　　(　　)

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

11. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n有最大值，若$(a_3-1)(a_4-1)=2$，$S_6=15$，则$S_n\geq0$时n的最大值为　　(　　)

A. 9　　B. 10

C. 11　　D. 12

12. (多选题)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$\frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=-1$，$S_1=32$，则下列说法正确的是　　(　　)

A. $a_n=-2n+34$，$n\in\mathbf{N}^*$

B. S_2，S_4-S_2，S_6-S_4成等差数列，公差为-8

C. S_n取得最大值时n的值为 16

D. $S_n\geq0$时，n的最大值为 33

13. 已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=-1$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若数列$\{S_n\}$是递增数列，则$\{a_n\}$的公差d的取值范围是__________.

14. [2025·陕西西安高二期末] 记 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $a_5=S_3$, $a_2-a_1=2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求使 $S_n>2a_n-1$ 成立的 n 的最小值;

(3)求数列 $\{(-1)^nS_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

15. 某企业投资144万元建立一座蔬菜加工厂,第一年的支出为24万元,以后每年的支出比上一年增加8万元,每年销售蔬菜的收入为100万元,设 $f(n)$(单位:万元)表示前 n 年的纯利润.($f(n)$=前 n 年的总收入-前 n 年的总支出-投资额)

(1)该企业从第几年开始获得纯利润?

(2)若五年后,该企业为开发新项目,决定出售该厂,现有两种方案:①年平均纯利润最大时,以96万元的价格出售该厂;②纯利润最大时,以32万元的价格出售该厂.哪种方案较合算?

思维训练篇

16. (多选题)设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $S_8=S_{12}$,且 $(n+1)S_n<nS_{n+1}$,则 ( )

A. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列

B. S_{10} 和 S_{11} 均为 S_n 的最小值

C. 存在正整数 k,使得 $S_k=0$

D. 存在正整数 m,使得 $S_m=S_{3m}$

17. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,满足 $S_{11}>0$, $S_{12}<0$,则数列 $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}(1\leqslant n\leqslant 11)$ 中的最大项为第________项.

18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,且 $d\neq 0$,设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=4S_n-2n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)若 $a_1=-1$, $d=1$,且 $b_n<a_n$,求 n 的所有可能取值;

(2)若数列 $\{\sqrt{b_n}\}$ 也是公差为 d 的等差数列,求数列 $\{(-1)^nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第1课时 等比数列的概念与通项公式

基础夯实篇

1. 数列 $1,-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\cdots$ 的一个通项公式为 ( )

A. $a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

B. $a_n=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n}$

C. $a_n=(-1)^n\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$

D. $a_n=(-1)^{n+1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$

2. [2025·福建福州高二期末] 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1=2,a_2=4$,则 $a_4=$ ( )

A. 6　　B. 8

C. $8\sqrt{2}$　　D. 16

3. 定义 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$,已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,且 $a_3=1$,$\begin{vmatrix} a_6 & 9 \\ 9 & a_8 \end{vmatrix}=0$,则 $a_7=$ ( )

A. 3　　B. ±3　　C. 9　　D. ±9

4. [2025·河南豫东联考高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,若 $\frac{a_3-a_6}{a_5-a_8}=4$,则公比 q 的值为 ( )

A. ±2　　B. $\pm\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

5. "$b^2=ac$"是"a,b,c 成等比数列"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,首项 $a_1<0$,若对任意正整数 n 都有 $a_{n+1}>a_n$,则公比 q 的取值范围是 ( )

A. $q>1$　　B. $0<q<1$

C. $\frac{1}{2}<q<1$　　D. $-1<q<0$

7. [2025·江苏连云港高二期末] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_4<0,a_5a_7=4$,则 $a_6=$________.

8. 若等比数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 满足 $a_3+a_5=10,a_6+a_8=80$,则数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=$________.

素养提能篇

9. [2025·河南新乡高二期中] 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 30,且 $a_4=3a_2+2a_1$,则 $a_3=$ ( )

A. 1　　B. 2

C. 4　　D. 8

10. [2025·湖南长沙高二期末] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中,公比 $q>0$,若 $a_2=4$,则 $a_1+a_2+a_3$ ( )

A. 有最小值 -4　　B. 有最小值 12

C. 有最大值 -4　　D. 有最大值 12

11. [2025·江苏盐城高二期末] 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_9=9a_7$,若存在两项 a_m,a_t,使 $a_ma_t=9a_2^2$,则 $\frac{1}{m}+\frac{4}{t}$ 的最小值为 ( )

A. 2　　B. $\frac{21}{5}$　　C. $\frac{65}{4}$　　D. $\frac{3}{2}$

12. [2025·湖北仙桃高二期末] 设数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 都是等比数列,则在数列 $\{a_n+b_n\},\{a_n-b_n\},\{a_nb_n\},\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 中一定是等比数列的有 ( )

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

13. (多选题)[2025·安徽A10联盟高二期中] 下列说法正确的是 ( )

A. 若 a,b,c 均不为 0 且 $b^2=ac$,则 a,b,c 成等比数列

B. 若 $\{a_n\}$ 为等差数列,则 $\{a_n^2\}$ 为等差数列

C. 若 $\{a_n\}$ 为等比数列,则 $\{\lg a_n\}$ 为等差数列

D. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_2=2,3a_{n+1}=a_n+2a_{n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$,则 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 为等比数列

14. 若等比数列$\{a_n\}$满足$6\sqrt{2}a_1=a_1a_2+a_1a_3+9$，则公比$q$的取值范围是________.

15. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_4=2a_3$，$a_5-a_1=15$.

(1)求数列$\{a_n\}$的首项a_1和公比q；

(2)若$a_n>n+100$，求n的取值范围.

16. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n+2}{a_n}$.

(1)若$b_n=\dfrac{a_n-2}{a_n+1}$，证明：数列$\{b_n\}$是等比数列；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

17. (多选题)[2025·深圳实验学校高二期末] 对于无穷数列$\{a_n\}$，下列说法中正确的是 ( )

A. 若$\{a_n\}$既是等差数列又是等比数列，则$\{a_n\}$是常数列

B. 若等差数列$\{a_n\}$满足$|a_n|\leqslant 2025$，则$\{a_n\}$是常数列

C. 若等比数列$\{a_n\}$满足$|a_n|\leqslant 2025$，则$\{a_n\}$是常数列

D. 若各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$满足$1\leqslant a_n\leqslant 2025$，则$\{a_n\}$是常数列

18. 对于给定的数列$\{c_n\}$，如果存在实常数p，q，使得$c_{n+1}=pc_n+q$对于任意$n\in\mathbf{N}^*$都成立，那么我们称数列$\{c_n\}$是“优美数列”.

(1)若$a_n=2n$，$b_n=3\cdot 2^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是否为“优美数列”？若是，指出对应的实常数p，q；若不是，请说明理由.

(2)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_n+a_{n+1}=3\cdot 2^n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，若数列$\{a_n\}$是“优美数列”，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第 2 课时　等比数列的性质与应用

基础夯实篇

1. [2025·江苏南京高二期末]已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_4=1$，$a_8=81$，则$a_6=$（　）

A. 9　B. ±9　C. 81　D. ±81

2. 各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_4=1$，$a_5a_{11}=81$，则$a_6=$（　）

A. $\sqrt{3}$　B. 3　C. 6　D. 9

3. 将一张足够大的正方形纸对折了 13 次，记第 1 次对折后的纸张厚度为a_1，第 2 次对折后的纸张厚度为a_2，…，第 13 次对折后的纸张厚度为a_{13}. 设纸张未折之前的厚度为a，则$a_{13}=$（　）

A. $2^{12}a$　B. $4^{12}a$

C. $2^{13}a$　D. $4^{13}a$

4. [2025·广东茂名高二期末]已知等比数列$\{a_n\}$的公比q为整数，且$a_1+a_4=9$，$a_2\cdot a_3=8$，则$\frac{a_2+a_4+a_{10}}{a_1+a_3+a_9}=$（　）

A. 2　B. 3　C. −2　D. −3

5. [2025·湖南浏阳高二期末]已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n=3a_{n-1}+4(n\in\mathbf{N}^*$且$n\geqslant2)$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$（　）

A. 3^{n-1}　B. $3^{n+1}-8$

C. 3^n-2　D. 3^n

6. 世界上最早在理论上计算出十二平均律的是我国明代杰出的乐律学家朱载堉，他当时称这种律制为“新法密律”. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它前一个单音的频率的比都相等，且最后一个单音是第一个单音频率的 2 倍. 已知第十个单音的频率$f_{10}=440$ Hz，则与第四个单音的频率f_4最接近的是(参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$)（　）

A. 880 Hz　B. 622 Hz

C. 311 Hz　D. 220 Hz

7. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$且$a_1a_2a_3=-8$，则其公比$q=$________.

8. [2025·河南周口高二期末]在等比数列$\{a_n\}$中，$a_6=a_2a_7=8$，则$a_5=$________.

素养提能篇

9. [2025·浙江温州高二期末]若各项均为正数的数列$\{a_n\}$是等比数列，则“$a_9>a_7$”是“数列$\{a_n\}$为递增数列”的（　）

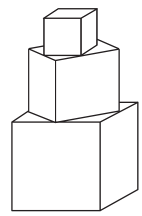
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 有一个几何体是由若干个正方体构成的，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点. 已知最底层正方体的棱长为 8，如果几何体的最上层正方体的棱长为 1，那么该几何体中正方体的个数是（　）



A. 8　B. 7

C. 6　D. 4

11. (多选题)已知数列$\{a_n\}$是一个无穷等比数列，其公比为q，则（　）

A. 将数列$\{a_n\}$中的前k项去掉，剩余项按在原数列的顺序组成的新数列仍是等比数列

B. 取出数列$\{a_n\}$的偶数项，剩余项按在原数列的顺序组成的新数列仍是等比数列

C. 从数列$\{a_n\}$中每隔 10 项取出 1 项组成的新数列仍为等比数列

D. 数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$不是等比数列

12. (多选题)四个实数−1，2，x，y按照一定顺序可以构成等比数列，则xy的值可能是（　）

A. $-\frac{1}{8}$　B. −2

C. −16　D. −32

13. [2025·河南漯河高二期末]在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1+a_2+a_3+a_4=15$，$a_1a_2a_3a_4=45$，则$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}=$________.

14. 若数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_n}=0$，则称$\{a_n\}$为“必会数列”. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$为“必会数列”，若$a_4+a_5=3$，则$a_2+a_3=$________.

15. (1)若 $a_n=2^{3n-1}$,证明:数列$\{a_n\}$为等比数列.

(2)若 a,b,c,d 成等比数列,其公比 $q\neq-1$,求证:$a+b,b+c,c+d$ 成等比数列.

思维训练篇

16. (多选题)[2025·湖南衡阳高二期末] 记等比数列$\{a_n\}$的公比为 q,前 n 项积为 T_n,已知 $a_1>1$,$a_{10}a_{11}>1$,$(a_{10}-1)(a_{11}-1)<0$,则 ( )

A. $q\geqslant1$

B. $T_{21}<1$

C. T_n 的最大值为 T_{11}

D. $a_{10}+a_{11}>2$

17. 对于给定的数列$\{a_n\}(a_n\neq0)$:记 $b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$,则称数列$\{b_n\}$为数列$\{a_n\}$的一阶商数列;记 $c_n=\frac{b_{n+1}}{b_n}$,则称数列$\{c_n\}$为数列$\{a_n\}$的二阶商数列.已知数列$\{a_n\}$的二阶商数列的各项均为 e,且 $a_1=1,a_2=1$,则 $a_{10}=$________.

18. 特征根方程法是求一类特殊递推关系数列通项公式的重要方法.一般地,若数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+2}=ba_{n+1}+ca_n(n\in\mathbf{N}^*,bc\neq0,b^2+4c>0)$,$a_1=s,a_2=t$,则数列$\{a_n\}$的通项公式可以按以下步骤求解:①$a_{n+2}=ba_{n+1}+ca_n$ 对应的特征方程为 $x^2=bx+c$,该方程有两个不等的实数根 α,β;②令 $a_n=A\cdot\alpha^n+B\cdot\beta^n$,其中 A,B 为常数,利用 $a_1=s,a_2=t$ 求出 A,B,可得$\{a_n\}$的通项公式.满足 $F_1=F_2=1,F_{n+2}=F_{n+1}+F_n(n\in\mathbf{N}^*)$的数列$\{F_n\}$称为斐波那契数列.

(1)求数列$\{F_n\}$的通项公式;

(2)若存在非零实数 t,使得$\{F_{n+1}+tF_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$为等比数列,求 t 的值;

(3)判断$\frac{1}{F_{2026}}\cdot\sum_{i=1}^{2025}F_i^2$ 是数列$\{F_n\}$的第几项,写出推理过程.